Exercice 1

D'après moi, les variables suivantes sont-elles des variables quantitatives discrètes ou continues ou des variables qualitatives ? Quelles sont les représentations graphiques et calculs adaptés à chacune d'elles ?

1. variable quantitative discrète représentée éventuellement avec un diagramme en bâtons
2. variable qualitative représentée éventuellement avec un diagramme circulaire
3. variable quantitative continue représentée éventuellement avec un histogramme
4. la mention au baccalauréat des étudiants de cette promotion
5. variable quantitative discrète représentée éventuellement avec un diagramme en bâtons
6. variable qualitative représentée éventuellement avec un diagramme circulaire
7. variable quantitative continue représentée éventuellement avec un histogramme
8. variable quantitative discrète représentée éventuellement avec un diagramme en bâtons

Exercice 2

1. On a le tableau suivant :

Caractère x_i	47	48	49	50	51	52	53
Effectif n_i	3	4	5	5	2	1	1
Fréquence	$\frac{1}{7}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{5}{21}$	$\frac{5}{21}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{21}$
Fréquence cumulée	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{17}{21}$	$\frac{19}{21}$	$\frac{20}{21}$	1

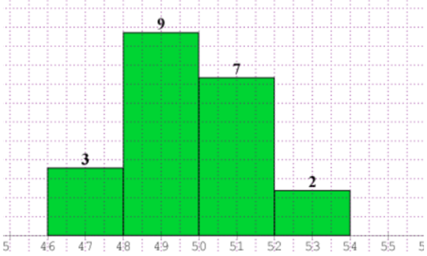
2. On a le tableau suivant :

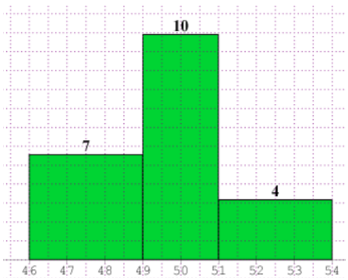
Caractère x_i	$[46;48[$	$[48;50[$	$[50;52[$	$[52;54[$
Effectif n_i	3	9	7	2
Fréquence	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{7}{21}$	$\frac{2}{21}$
Fréquence cumulée	$\frac{1}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{19}{21}$	1

3. On a le tableau suivant :

Caractère x_i	$[46;49[$	$[49;51[$	$[51;54[$
Effectif n_i	7	10	4
Fréquence	$\frac{1}{3}$	$\frac{10}{21}$	$\frac{4}{21}$
Fréquence cumulée	$\frac{1}{3}$	$\frac{17}{21}$	1

4. On obtient les représentations suivantes :



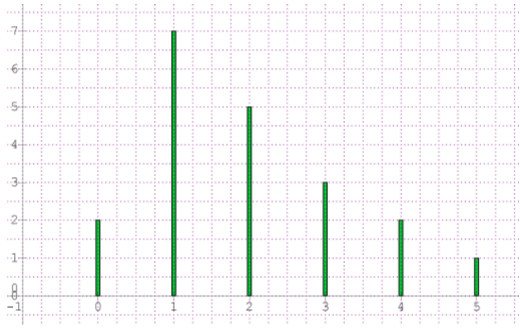


Exercice 3

On considère la série statistique suivante :

$1-1-0-1-0-2-1-3-2-1-1-2-3-4-5-2-3-1-2-4$

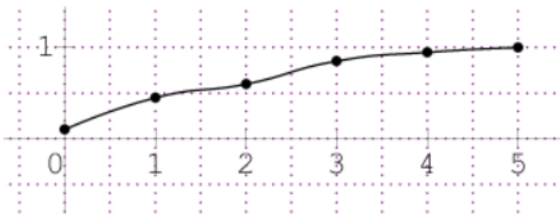
1. Traçons le diagramme en bâtons de la série.



2. Traçons le diagramme des fréquences cumulées de la série.

Réalisons tout d'abord un tableau :

Modalités	0	1	2	3	4	5
Fréquences	$\frac{1}{10}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{20}$
Fréquences cumulées	$\frac{1}{10}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{17}{20}$	$\frac{19}{20}$	1

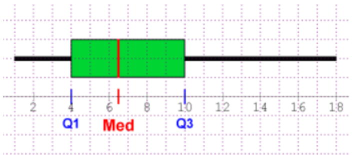


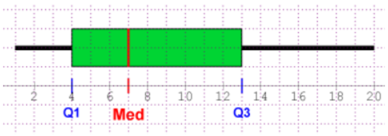
Exercice 4

1. Déterminons la médiane de chacune des séries de notes, puis construisons la boîte à moustaches de chacune de ces séries.

Pour la première série, la médiane est la moyenne entre la 17 ème et la 18 ème valeur donc $Me_A = 6,5$.

Pour la deuxième série, la médiane est la moyenne entre la 19 ème valeur donc $Me_B = 7$.



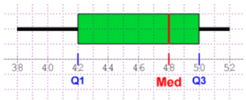


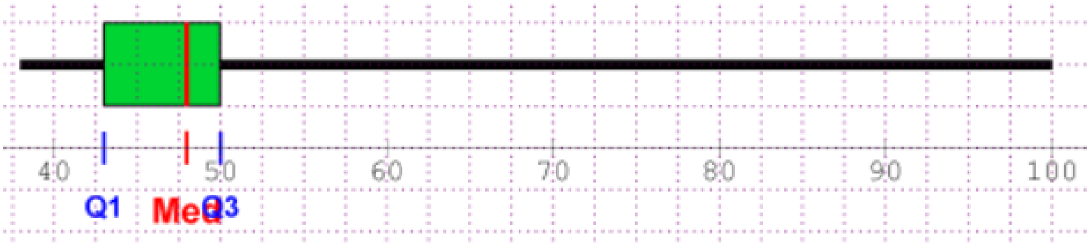
2. Déterminons la moyenne puis la variance de la première série.

Pour la première série : $\overline{x} = 7,2$ et $V = 17,51$.

Exercice 5

1. Le mode et la médiane valent 48, la moyenne $46,375$.
2. La médiane vaut toujours 48 alors que la moyenne devient $49,53$.
3. Traçons les boîtes à moustaches :



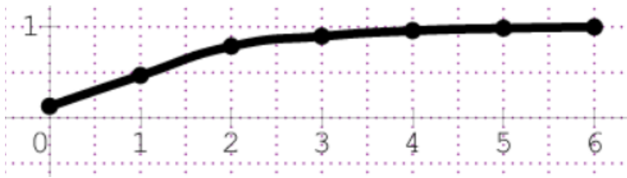


   Les deux boîtes sont identiques ; seule la moustache de droite s'est allongée.
4. On trouve respectivement $4,26$ et $13,9$.
   L'écart-type est anormalement grand dans le deuxième cas.

Exercice 6

1. Traçons la courbe des fréquences cumulées.
   Réalisons tout d'abord un tableau :

Modalités	0	1	2	3	4	5	6
Fréquences cumulées	$0,13$	$0,47$	$0,79$	$0,9$	$0,96$	$0,99$	1



2. Déterminons le nombre médian d'enfants.
   La médiane est la moyenne entre la 50 ème et la 51 ème valeur i.e $Me = 2$.
3. Calculons la moyenne.
   $\overline{x} = 1,76$.
4. Si les deux dernières lignes du tableau deviennent :

5	1
6	3

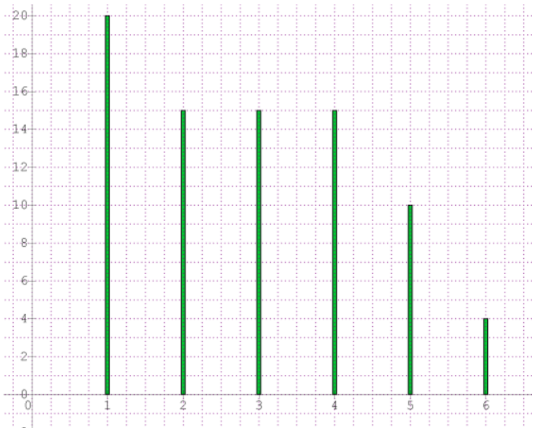
   a. La médiane étant 2, modifier les valeurs des effectifs des modalités strictement supérieures à 2 sans modifier l'effectif ne change pas sa position.

   b. La moyenne est modifiée puisque effectifs et modalités interviennent dans la formule.

   c. La nouvelle moyenne a pour valeur $1,78$.
5. Déterminons la variance de cette série.
   On a $V = 1,58$.

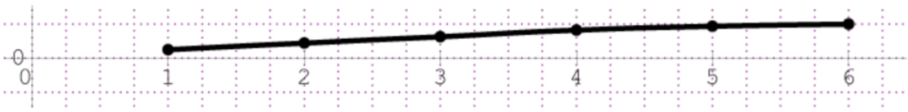
Exercice 7

1. Traçons le diagramme en bâtons correspondant à cette série.



2. Traçons le diagramme des fréquences cumulées.
Réalisons tout d'abord un tableau :

Modalités	1	2	3	4	5	6
Fréquences cumulées	$0,25$	$0,44$	$0,63$	$0,82$	$0,94$	1



3. Déterminons la moyenne et l'écart-type de la série.
On a : $\overline{x} \simeq 2,89$ et $V \simeq 3,19$.

4. Déterminons la médiane de cette série.
Il y a 79 valeurs donc la médiane est la 39 ème valeur i.e $Me = 3$.

Exercice 8

On considère les salaires mensuels des salariés d'une entreprise constituée de 200 personnes.

Salaire mensuel	$[500; 1500[$	$[1500; 2500[$	$[2500; 5500[$
Effectifs	50	125	25

1. Déterminons les fréquences f_i de cette série.

Salaire mensuel	$[500; 1500[$	$[1500; 2500[$	$[2500; 5500[$
Effectifs	50	125	25
Fréquences	$0,25$	$0,625$	$0,125$

2. On cherche à présent à étudier la masse salariale d'une classe. On ne peut pas la calculer précisément, mais on décide d'en faire l'approximation suivante :
— on considère le centre de la classe x_i
— On approche la masse salariale de la classe i en faisant comme si les n_i personnes de cette classe gagnaient toutes x_i. La masse salariale de la classe est environ $n_i \times x_i$.
On appelle masses cumulées relatives du caractère observé les valeurs :

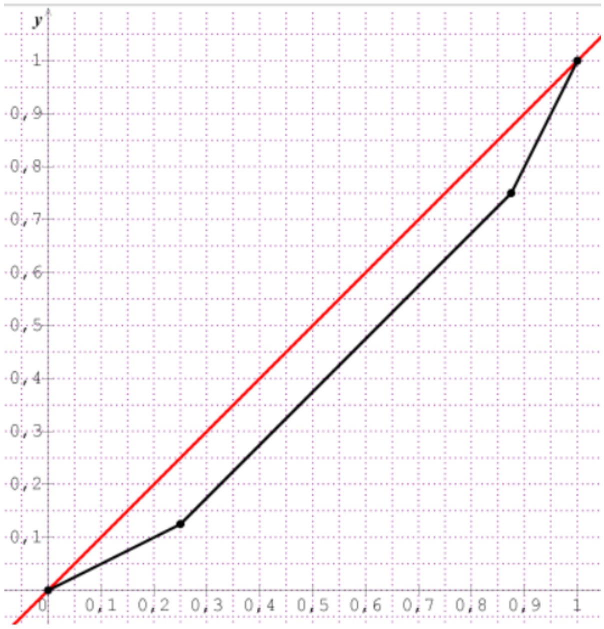
$$\mu_i = \frac{\displaystyle\sum_{j=1}^{i} n_j x_j}{\displaystyle\sum_{j=1}^{p} n_j x_j}, 1 \leqslant i \leqslant p$$

Complétons le tableau de la série en ajoutant une ligne pour la masse cumulée relative (fréquence cumulée de la masse salariale).

Salaire mensuel	$[500; 1500[$	$[1500; 2500[$	$[2500; 5500[$
Effectifs	50	125	25
Fréquences f_i	$0,25$	$0,625$	$0,125$
Masse cumulée relative μ_i	$0,125$	$0,75$	1

3. On appelle courbe de Lorenz de la série statistique, la courbe joignant l'origine aux points de coordonnées $\left(\sum_{j=1}^{i} f_i ; \mu_i\right)$ à l'exception du dernier point qui sera le point de coordonnées $(1;1)$.

Traçons la courbe de Lorenz de cette série.



4. On appelle indice de Gini le nombre égal à double de l'aire entre la courbe de Lorenz et la première bissectrice.

Déterminons l'indice de Gini.

A l'aide de considération géométrique, on trouve que l'indice de Gini vaut $0,2032$.

Remarque : L'indice de Gini appartient à [0,1] et plus il est proche de 1, plus la répartition des salaires est inégalitaire. Ici, comme 0,2032 est faible, la concentration des salaires est faible : les salaires sont assez bien répartis sur l'ensemble des salariés.